

NUMERE RAȚIONALE

I. Elementele unei fracții

$$\frac{a}{b} \quad \begin{array}{l} \longleftarrow \text{numărător} \\ \longleftarrow \text{numitor} \end{array}$$

a - număr întreg; b - număr natural nenul.

Orice număr întreg poate fi reprezentat sub formă de fracție.

De exemplu, $6 = \frac{6}{1}$; $15 = \frac{15}{1}$; $-8 = -\frac{8}{1}$; $-100 = -\frac{100}{1}$.

Exercițiu. Reprezentați următoarele numere întregi sub formă de fracție:
7; 12; 23; 45; 13; -2; -5; -11; -26; -64.

II. Frații echivalente cu numere întregi

În unele cazuri, la scrierea unei fracții sub formă de număr zecimal finit, rezultatul este un număr întreg.

De exemplu, $\frac{8}{2} = 8 : 2 = 4$; $\frac{12}{3} = 12 : 3 = 4$; $-\frac{10}{5} = -10 : 5 = -2$.

Exercițiu. Interpretați fracția ca împărțire și efectuați calculul:

$$\frac{15}{3}, \frac{21}{7}, \frac{14}{7}, \frac{9}{3}, \frac{20}{4}, -\frac{35}{5}, -\frac{42}{6}, -\frac{24}{4}, -\frac{18}{9}, -\frac{16}{8}.$$

III. Simplificarea fracțiilor

Simplificarea fracției înseamnă *a împărți numărătorul și numitorul la divizorul lor comun*. Divizorul comun trebuie să fie un număr întreg pozitiv, diferit de 1. Altfel fracția este ireductibilă.

La simplificarea fracției, până la o fracție ireductibilă, puteți folosi următorul algoritm:

1. Determinați divizorii numărătorului, alții decât 1;
2. Determinați divizorii numitorului, alții decât 1;
3. Dintre divizorii comuni găsiți, aflați cel mai mare divizor comun;
4. Împărțiți numărătorul la cel mai mare divizor comun și notați rezultatul ca numărător al unei fracții noi;
5. Împărțiți numitorul la cel mai mare divizor comun și notați rezultatul ca numitor al fracției noi;
6. Frația obținută este rezultatul simplificării fracției inițiale.

Exemplul 1. Simplificați fracția $\frac{12}{15}$.

Scriem divizorii numărului **12**, alții decât 1: 2; 3; 4; 6; 12.

Scriem divizorii numărului **15**, alții decât 1: 3; 5; 15.

Numărul **3** este divizor comun al numerelor 12 și 15. Împărțim atât numărătorul, cât și numitorul fracției la numărul **3**:

$$\frac{12}{15} = \frac{12 : 3}{15 : 3} = \frac{4}{5}. \quad \text{O altă variantă de scriere: } \frac{12}{15} = \frac{\cancel{12}^3}{\cancel{15}^5} = \frac{4}{5}.$$

Răspuns: $\frac{4}{5}$.

Exemplul 2. *Simplificați fracția* $\frac{24}{32}$.

Scriem divizorii numărului **24**, diferiți de 1: 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24.

Scriem divizorii numărului **32**, diferiți de 1: 2; 4; 8; 16; 32.

Divizori comuni ai numerelor 24 și 32 sunt numerele 2; 4 și 8, iar cel mai mare divizor comun al lor este **8**. Împărțim atât numărătorul, cât și numitorul fracției la numărul **8**:

$$\frac{24}{32} = \frac{24 : 8}{32 : 8} = \frac{3}{4}. \quad \text{O altă variantă de scriere: } \frac{24}{32} = \frac{\cancel{24}^8}{\cancel{32}^4} = \frac{3}{4}.$$

Răspuns: $\frac{3}{4}$.

Exemplul 3. *Simplificați fracția* $\frac{8}{40}$.

Scriem divizorii numărului **8**, diferiți de 1: 2; 4; 8.

Scriem divizorii numărului **40**, diferiți de 1: 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40.

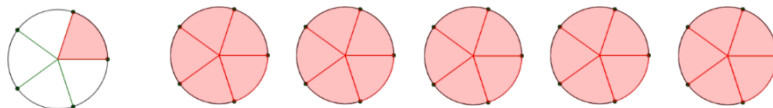
Numerele 2; 4 și 8 sunt divizori comuni ai numerelor 8 și 40, iar cel mai mare divizor comun al lor este **8**.

Împărțim atât numărătorul, cât și numitorul fracției la numărul **8**:

$$\frac{8}{40} = \frac{8 : 8}{40 : 8} = \frac{1}{5}. \quad \text{O altă variantă de scriere: } \frac{8}{40} = \frac{\cancel{8}^1}{\cancel{40}^5} = \frac{1}{5}.$$

Răspuns: $\frac{1}{5}$.

IMPORTANT! $\frac{1}{5} \neq 5$



Exemplul 4. *Simplificați fracția* $\frac{36}{9}$.

Scriem divizorii numărului **36**, diferiți de 1: 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36.

Scriem divizorii numărului **9**, diferiți de 1: 3; 9.

Divizori comuni ai numerelor 36 și 9 sunt numerele 3 și 9, iar cel mai mare divizor comun al lor este **9**. Împărțim atât numărătorul, cât și numitorul fracției la numărul **9**:

$$\frac{36}{9} = \frac{36 : 9}{9 : 9} = \frac{4}{1} = 4. \quad \text{O altă variantă de scriere: } \frac{36}{9} = \frac{\cancel{36}^9}{\cancel{9}^1} = \frac{4}{1} = 4.$$

Răspuns: 4.

Exemplul 5. Simplificați fracția $\frac{7}{25}$.

Scriem divizorii numărului 7, diferiți de 1: 7.

Scriem divizorii numărului 25, diferiți de 1: 5; 25.

Observăm că numerele 7 și 25 nu au divizori comuni, diferiți de 1, deci fracția este ireductibilă.

Observație.

Simplificarea fracțiilor se poate face și în mai multe etape.

Exemplul 1: $\frac{56}{48} = \frac{56:2}{48:2} = \frac{28}{24} = \frac{28:4}{24:4} = \frac{7}{6}$ sau $\frac{56}{48} = \frac{56^{:2}}{48^{:24}} = \frac{28^{:4}}{24^{:6}} = \frac{7}{6}$.

Exemplul 2: $\frac{35}{140} = \frac{35:5}{140:5} = \frac{7}{28} = \frac{7:7}{28:7} = \frac{1}{4}$ sau $\frac{35}{140} = \frac{35^{:5}}{140^{:28}} = \frac{7^{:7}}{28^{:4}} = \frac{1}{4}$.

Exemplul 3: $\frac{24}{84} = \frac{24:4}{84:4} = \frac{6}{21} = \frac{6:3}{21:3} = \frac{2}{7}$ sau $\frac{24}{84} = \frac{24^{:4}}{84^{:21}} = \frac{6^{:3}}{21^{:7}} = \frac{2}{7}$.

Exercițiu.

Simplificați fracțiile: $\frac{16}{12}$; $\frac{24}{100}$; $\frac{27}{45}$; $\frac{8}{28}$; $\frac{18}{15}$; $\frac{21}{35}$; $\frac{6}{42}$; $\frac{30}{6}$; $\frac{27}{36}$; $\frac{48}{40}$.

IV. Înmulțirea fracțiilor

La înmulțirea a două fracții se utilizează următorul algoritm:

1. Se înmulțesc numărătorii fracțiilor, iar rezultatul este numărătorul unei fracții noi;
2. Se înmulțesc numitorii fracțiilor, iar rezultatul este numitorul noii fracții;
3. Dacă este necesar, se simplifică fracția obținută.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Exemplul 1. $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{8}{35}$.

Exemplul 2. $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{6}{15} = \frac{6^2}{15^5} = \frac{2}{5}$.

Altă metodă: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{3^1 \cdot 2}{3^1 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{2}{5}$.

Exemplul 3. $\frac{5}{4} \cdot \frac{8}{15} = \frac{5 \cdot 8}{4 \cdot 15} = \frac{40}{60} = \frac{40:10}{60:10} = \frac{4}{6} = \frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}$.

Altă metodă: $\frac{5}{4} \cdot \frac{8}{15} = \frac{5 \cdot 8}{4 \cdot 15} = \frac{5 \cdot 8}{15 \cdot 4} = \frac{5^1 \cdot 8^2}{15^3 \cdot 4^1} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 1} = \frac{2}{3}$.

Exemplul 4. $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 8} = \frac{12}{72} = \frac{12:2}{72:2} = \frac{6}{36} = \frac{6:6}{36:6} = \frac{1}{6}$.

Altă metodă: $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 8} = \frac{4 \cdot 3}{8 \cdot 9} = \frac{\cancel{4}^1 \cdot \cancel{3}^1}{\cancel{8}_2 \cdot \cancel{9}_3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$.

Exemplul 5. $\frac{7}{15} \cdot \frac{45}{49} = \frac{7 \cdot 45}{15 \cdot 49} = \frac{7 \cdot 45}{49 \cdot 15} = \frac{\cancel{7}^1 \cdot \cancel{45}^3}{\cancel{49}_7 \cdot \cancel{15}_3} = \frac{1 \cdot 3}{7 \cdot 1} = \frac{3}{7}$.

Exemplul 6. $\frac{48}{28} \cdot \frac{21}{6} = \frac{48 \cdot 21}{28 \cdot 6} = \frac{48 \cdot 21}{6 \cdot 28} = \frac{\cancel{48}^8 \cdot \cancel{21}^3}{\cancel{6}_1 \cdot \cancel{28}_4} = \frac{8 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{\cancel{8}^2 \cdot 3}{\cancel{4}_1} = \frac{2 \cdot 3}{1} = \frac{6}{1} = 6$.

Exercițiu.

Înmulțiți fracțiile:

- 1) $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{11}$; 2) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6}$; 3) $\frac{6}{12} \cdot \frac{7}{25}$; 4) $\frac{9}{24} \cdot \frac{18}{27}$; 5) $\frac{11}{36} \cdot \frac{30}{77}$;
 6) $\frac{9}{18} \cdot \frac{49}{14}$; 7) $\frac{56}{35} \cdot \frac{7}{16}$; 8) $\frac{10}{17} \cdot \frac{34}{25}$; 9) $\frac{60}{15} \cdot \frac{13}{4}$; 10) $\frac{72}{45} \cdot \frac{15}{18}$.

V. Înmulțirea unei fracții cu un număr întreg

La înmulțirea unei fracții cu un număr întreg puteți folosi algoritmul:

1. Reprezentați numărul întreg sub formă de fracție cu numitorul 1;
2. Înmulțiți numărătorii fracțiilor, iar rezultatul va fi numărătorul unei fracții noi;
3. Înmulțiți numitorii fracțiilor, iar rezultatul va fi numitorul noii fracții;
4. Dacă este necesar, se efectuează simplificarea fracției obținute.

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b \cdot 1} = \frac{a \cdot c}{b \cdot 1} = \frac{a \cdot c}{b}$$

Exemplul 1. $\frac{8}{17} \cdot 2 = \frac{8 \cdot 2}{17 \cdot 1} = \frac{8 \cdot 2}{17 \cdot 1} = \frac{16}{17}$.

Exemplul 2. $\frac{6}{35} \cdot 14 = \frac{6 \cdot 14}{35 \cdot 1} = \frac{6 \cdot 14}{35 \cdot 1} = \frac{\cancel{6} \cdot \cancel{14}^2}{\cancel{35}_5} = \frac{6 \cdot 2}{5} = \frac{12}{5}$.

Exemplul 3. $25 \cdot \frac{8}{5} = \frac{25 \cdot 8}{1 \cdot 5} = \frac{25 \cdot 8}{1 \cdot 5} = \frac{25 \cdot 8}{5} = \frac{\cancel{25}^5 \cdot 8}{\cancel{5}_1} = \frac{5 \cdot 8}{1} = \frac{40}{1} = 40$.

Exercițiu.

Efectuați înmulțirea unei fracții cu un număr întreg:

- 1) $\frac{4}{5} \cdot 3$; 2) $\frac{12}{9} \cdot 6$; 3) $36 \cdot \frac{15}{24}$; 4) $21 \cdot \frac{25}{14}$; 5) $16 \cdot \frac{7}{4}$;
 6) $\frac{4}{9} \cdot 27$; 7) $\frac{50}{27} \cdot 18$; 8) $42 \cdot \frac{8}{14}$; 9) $8 \cdot \frac{4}{64}$; 10) $\frac{22}{18} \cdot 81$.

VI. Împărțirea fracțiilor

La împărțirea a două fracții folosiți următorul algoritm:

1. Scrieți împărțirea sub formă de înmulțire a primei fracții cu fracția a doua „răsturnată” (se inversează numărătorul și numitorul);
2. Efectuați înmulțirea fracțiilor, și anume: se înmulțesc numărătorii între ei și se înmulțesc numitorii între ei;
3. Dacă este necesar, se efectuează simplificarea fracției obținute.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Exemplul 1. $\frac{7}{9} : \frac{5}{4} = \frac{7}{9} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7 \cdot 4}{9 \cdot 5} = \frac{28}{45}$.

Exemplul 2. $\frac{9}{11} : \frac{1}{22} = \frac{9}{11} \cdot \frac{22}{1} = \frac{9 \cdot 22}{11 \cdot 1} = \frac{9 \cdot 22}{11} = \frac{9 \cdot \cancel{22}^2}{\cancel{11}_1} = \frac{9 \cdot 2}{1} = \frac{18}{1} = 18$.

Exemplul 3. $\frac{7}{15} : \frac{14}{3} = \frac{7}{15} \cdot \frac{3}{14} = \frac{7 \cdot 3}{15 \cdot 14} = \frac{7 \cdot 3}{14 \cdot 15} = \frac{\cancel{7}^1 \cdot \cancel{3}^1}{\cancel{14}_2 \cdot \cancel{15}_5} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}$.

Exemplul 4. $\frac{12}{5} : \frac{6}{25} = \frac{12}{5} \cdot \frac{25}{6} = \frac{12 \cdot 25}{5 \cdot 6} = \frac{12 \cdot 25}{6 \cdot 5} = \frac{\cancel{12}^2 \cdot \cancel{25}^5}{\cancel{6}_1 \cdot \cancel{5}_1} = \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 1} = \frac{10}{1} = 10$.

Exemplul 5. $\frac{49}{16} : \frac{21}{36} = \frac{49}{16} \cdot \frac{36}{21} = \frac{49 \cdot 36}{16 \cdot 21} = \frac{49 \cdot \cancel{36}^{12}}{16 \cdot \cancel{21}_7} = \frac{49 \cdot 12}{16 \cdot 7} = \frac{\cancel{49}^7 \cdot \cancel{12}^3}{\cancel{16}_4 \cdot \cancel{7}_1} = \frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{21}{4}$.

Exercițiu.

Efectuați împărțirea fracțiilor:

1) $\frac{9}{8} : \frac{5}{2}$; 2) $\frac{13}{24} : \frac{26}{9}$; 3) $\frac{16}{35} : \frac{14}{25}$; 4) $\frac{7}{16} : \frac{21}{32}$; 5) $\frac{48}{9} : \frac{16}{27}$;

6) $\frac{40}{63} : \frac{36}{9}$; 7) $\frac{56}{15} : \frac{7}{45}$; 8) $\frac{12}{32} : \frac{48}{8}$; 9) $\frac{14}{18} : \frac{7}{9}$; 10) $\frac{44}{28} : \frac{33}{42}$.

VII. Împărțirea unei fracții la un număr întreg

La împărțirea unei fracții la un număr întreg urmați algoritmul:

1. Scrieți numărul întreg sub formă de fracție cu numitorul 1 — aceasta va fi a doua fracție;
2. Scrieți împărțirea sub formă de înmulțire a primei fracții cu fracția a doua „răsturnată”;
3. Efectuați înmulțirea fracțiilor;
4. Dacă este necesar, se efectuează simplificarea fracției obținute.

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} : \frac{c}{1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a \cdot 1}{b \cdot c} = \frac{a}{b \cdot c}$$

Exemplul 1. $\frac{5}{8} : 3 = \frac{5}{8} : \frac{3}{1} = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 1}{8 \cdot 3} = \frac{5}{24}$.

Exemplul 2. $\frac{10}{27} : 15 = \frac{10}{27} : \frac{15}{1} = \frac{10}{27} \cdot \frac{1}{15} = \frac{10 \cdot 1}{27 \cdot 15} = \frac{10}{15 \cdot 27} = \frac{10^2}{15^3 \cdot 27} = \frac{2}{3 \cdot 27} = \frac{2}{81}$.

Exemplul 3. $\frac{36}{7} : 6 = \frac{36}{7} : \frac{6}{1} = \frac{36}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{36 \cdot 1}{7 \cdot 6} = \frac{36^6}{7 \cdot 6^1} = \frac{6}{7 \cdot 1} = \frac{6}{7}$.

Exercițiu.

Efectuați împărțirea unei fracții la un număr întreg:

- 1) $\frac{15}{4} : 5$; 2) $\frac{12}{5} : 6$; 3) $\frac{16}{9} : 32$; 4) $\frac{21}{18} : 7$; 5) $\frac{25}{4} : 50$;
 6) $\frac{28}{7} : 7$; 7) $\frac{26}{2} : 13$; 8) $\frac{12}{32} : 9$; 9) $\frac{48}{9} : 8$; 10) $\frac{45}{7} : 20$.

VIII. Împărțirea unui număr întreg la o fracție

La împărțirea unui număr întreg la o fracție urmați pașii:

1. Scrieți numărul întreg sub formă de fracție cu numitorul 1 — aceasta va fi prima fracție;
2. Scrieți împărțirea sub formă de înmulțire a primei fracții cu a doua fracție „răsturnată”;
3. Efectuați înmulțirea fracțiilor;
4. Dacă este necesar, se efectuează simplificarea fracției obținute.

$$a : \frac{b}{c} = \frac{a}{1} : \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \cdot \frac{c}{b} = \frac{a \cdot c}{1 \cdot b} = \frac{a \cdot c}{b}$$

Exemplul 1. $6 : \frac{5}{7} = \frac{6}{1} : \frac{5}{7} = \frac{6}{1} \cdot \frac{7}{5} = \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 5} = \frac{42}{5}$.

Exemplul 2. $12 : \frac{8}{9} = \frac{12}{1} : \frac{8}{9} = \frac{12}{1} \cdot \frac{9}{8} = \frac{12 \cdot 9}{1 \cdot 8} = \frac{12 \cdot 9}{8} = \frac{12^3 \cdot 9}{8^2} = \frac{3 \cdot 9}{2} = \frac{27}{2}$.

Exemplul 3. $16 : \frac{8}{7} = \frac{16}{1} : \frac{8}{7} = \frac{16}{1} \cdot \frac{7}{8} = \frac{16 \cdot 7}{1 \cdot 8} = \frac{16 \cdot 7}{8} = \frac{16^2 \cdot 7}{8^1} = \frac{2 \cdot 7}{1} = \frac{14}{1} = 14$.

Exercițiu. Efectuați împărțirea unui număr întreg la o fracție:

- 1) $20 : \frac{40}{3}$; 2) $18 : \frac{12}{5}$; 3) $30 : \frac{6}{11}$; 4) $24 : \frac{21}{8}$; 5) $25 : \frac{45}{18}$;
 6) $49 : \frac{14}{10}$; 7) $26 : \frac{39}{4}$; 8) $36 : \frac{24}{9}$; 9) $15 : \frac{25}{12}$; 10) $42 : \frac{35}{12}$.

IX. Numere zecimale

Pentru a scrie un număr zecimal sub formă de fracție se poate folosi următorul algoritm:

1. Se scrie numărul zecimal, fără virgulă, la numărătorul fracției;
2. Se scrie la numitorul fracției cifra 1, urmată de atâtea zerouri câte cifre erau după virgulă în numărul zecimal dat;

3. Dacă este necesar, se efectuează simplificarea fracției obținute.

Exemplul 1. $0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

Exemplul 2. $3,4 = \frac{34}{10} = \frac{17}{5}$.

Exemplul 3. $2,25 = \frac{225}{100} = \frac{9}{4}$.

Exemplul 4. $22,5 = \frac{225}{10} = \frac{45}{2}$.

Exemplul 5. $4,05 = \frac{405}{100} = \frac{81}{20}$.

Exemplul 6. $40,5 = \frac{405}{10} = \frac{81}{2}$.

Exercițiu.

Scrieți numărul zecimal sub formă de fracție:

- | | | | | |
|---------|----------|----------|----------|-----------|
| 1) 0,4; | 2) 2,6; | 3) 4,8; | 4) 2,15; | 5) 3,02; |
| 6) 8,2; | 7) 0,25; | 8) 2,05; | 9) 6,12; | 10) 5,55. |

X. Operații cu numere zecimale

Pentru a înmulți un număr zecimal cu un număr întreg utilizați următorul algoritm:

1. Înmulțiți numerele date ca numere întregi, fără a ține cont de virgulă;
2. în numărul obținut puneți virgula, astfel încât după ea să fie atâtea cifre câte cifre sunt după virgulă în numărul zecimal.

Exemplul 1. $1,5 \cdot 2 = 3,0 = 3$ $(15 \cdot 2 = 30)$

Exemplul 2. $2,5 \cdot 8 = 20,0 = 20$ $(25 \cdot 8 = 200)$

Exemplul 3. $0,25 \cdot 8 = 2,00 = 2$ $(25 \cdot 8 = 200)$

Exercițiu.

Efectuați înmulțirea:

- | | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| 1) $0,6 \cdot 8$; | 2) $2,4 \cdot 6$; | 3) $4,2 \cdot 10$; | 4) $1,5 \cdot 8$; | 5) $3,2 \cdot 5$; |
| 6) $0,24 \cdot 6$; | 7) $1,02 \cdot 4$; | 8) $4,25 \cdot 4$; | 9) $3,12 \cdot 5$; | 10) $2,25 \cdot 8$. |

Pentru a înmulți (împărți) un număr zecimal cu o fracție puteți utiliza următorul algoritm:

1. Numărul zecimal se transformă în fracție;
2. Avem două fracții, care se înmulțesc (împart) după algoritmul descris mai înainte.

Exemplul 1. $1,4 \cdot \frac{5}{2} = \frac{14}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{14 \cdot 5}{2 \cdot 10} = \frac{\cancel{14}^7 \cdot \cancel{5}_1}{\cancel{2}_1 \cdot \cancel{10}_2} = \frac{7 \cdot 1}{1 \cdot 2} = \frac{7}{2}$.

Exemplul 2. $0,6 \cdot \frac{20}{21} = \frac{6}{10} \cdot \frac{20}{21} = \frac{6 \cdot 20}{10 \cdot 21} = \frac{6 \cdot 20}{21 \cdot 10} = \frac{\cancel{6}^2 \cdot \cancel{20}^2}{\cancel{21}_7 \cdot \cancel{10}_1} = \frac{2 \cdot 2}{7 \cdot 1} = \frac{4}{7}$.

Exemplul 3. $2,5 \cdot \frac{4}{5} = \frac{25}{10} \cdot \frac{4}{5} = \frac{25 \cdot 4}{10 \cdot 5} = \frac{25 \cdot 4}{5 \cdot 10} = \frac{\cancel{25}^5 \cdot \cancel{4}^2}{\cancel{5}_1 \cdot \cancel{10}_5} = \frac{5 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{\cancel{5}^1 \cdot 2}{\cancel{5}_1} = \frac{2}{1} = 2$.

Exercițiu.

Efectuați înmulțirea:

- 1) $1,2 \cdot \frac{3}{4}$; 2) $2,2 \cdot \frac{30}{11}$; 3) $0,4 \cdot \frac{15}{16}$; 4) $4,2 \cdot \frac{5}{21}$; 5) $5,2 \cdot \frac{10}{13}$;
 6) $0,8 \cdot \frac{5}{4}$; 7) $2,5 \cdot \frac{2}{5}$; 8) $3,6 \cdot \frac{15}{18}$; 9) $1,6 \cdot \frac{20}{8}$; 10) $4,5 \cdot \frac{14}{45}$.

Exemplul 1. $0,5 : \frac{1}{6} = \frac{5}{10} : \frac{1}{6} = \frac{5}{10} \cdot \frac{6}{1} = \frac{5 \cdot 6}{10 \cdot 1} = \frac{\cancel{5}^1 \cdot 6}{\cancel{10}_2} = \frac{1 \cdot 6}{2} = \frac{6}{2} = 3$.

Exemplul 2. $3,5 : \frac{7}{8} = \frac{35}{10} : \frac{7}{8} = \frac{35}{10} \cdot \frac{8}{7} = \frac{35 \cdot 8}{10 \cdot 7} = \frac{\cancel{35}^7 \cdot 8}{\cancel{10}_2 \cdot 7} = \frac{\cancel{7} \cdot 8}{2 \cdot \cancel{7}} = \frac{8}{2} = 4$.

Exemplul 3. $\frac{6}{5} : 1,2 = \frac{6}{5} : \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{12} = \frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 12} = \frac{6 \cdot 10}{12 \cdot 5} = \frac{\cancel{6}^1 \cdot \cancel{10}^2}{\cancel{12}_2 \cdot \cancel{5}_1} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$.

Exercițiu.

Efectuați împărțirea:

- 1) $1,5 : \frac{3}{4}$; 2) $0,4 : \frac{8}{15}$; 3) $\frac{16}{5} : 3,2$; 4) $\frac{23}{15} : 4,6$; 5) $5,2 : \frac{10}{13}$;
 6) $0,8 : \frac{16}{30}$; 7) $2,5 : \frac{15}{12}$; 8) $\frac{27}{90} : 1,8$; 9) $\frac{3}{10} : 0,5$; 10) $3,6 : \frac{36}{5}$.

XI. Exerciții pentru diverse operații cu numere raționale

La înmulțirea și împărțirea numerelor se folosesc următoarele reguli ale semnelor:



Exemplul 1. Fie $a = -4 + 6$ și $b = \frac{14}{3} \cdot \frac{6}{7}$. Calculați valoarea expresiei $\frac{b}{a}$.

$a = -4 + 6 = 2$; $b = \frac{14}{3} \cdot \frac{6}{7} = \frac{14 \cdot 6}{3 \cdot 7} = \frac{\cancel{14}^2 \cdot \cancel{6}_3}{\cancel{3}_1 \cdot \cancel{7}_2} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{4}{1} = 4$; $\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$.

Exemplul 2. Fie $a = 5 - 8$ și $b = -\frac{2}{3} \cdot 3$. Calculați valoarea expresiei $a \cdot b$.

$$a = 5 - 8 = -3; \quad b = -\frac{2}{3} \cdot 3 = -\frac{2}{\cancel{3}} \cdot \frac{3}{1} = -\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 1} = -\frac{2}{1} = -2; \quad a \cdot b = -3 \cdot (-2) = 6.$$

Exemplul 3. Fie $a = -12 + 8$ și $b = \frac{9}{4} : \frac{3}{16}$. Calculați valoarea expresiei $\frac{b}{a}$.

$$a = -12 + 8 = -4; \quad b = \frac{9}{4} : \frac{3}{16} = \frac{9}{4} \cdot \frac{16}{3} = \frac{9 \cdot 16}{4 \cdot 3} = \frac{\cancel{9} \cdot \cancel{16}}{\cancel{4} \cdot 3} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 1} = \frac{12}{1} = 12; \quad \frac{b}{a} = \frac{12}{-4} = -3.$$

Exerciții.

1. Fie $a = 3 - 6$ și $b = \frac{25}{4} \cdot \frac{8}{5}$. Calculați valoarea expresiei $a \cdot b$.

2. Fie $a = \frac{7}{6} : \frac{7}{12}$ și $b = -6 + 10$. Calculați valoarea expresiei $\frac{b}{a}$.

3. Fie $a = \frac{27}{5} : \frac{9}{10}$ și $b = 1 - 4$. Calculați valoarea expresiei $\frac{a}{b}$.

4. Fie $a = -8 + 2$ și $b = 1,5 \cdot 4$. Calculați valoarea expresiei $\frac{b}{a}$.

5. Fie $a = -5 + 7$ și $b = -0,5 : \frac{1}{8}$. Calculați valoarea expresiei $a \cdot b$.

6. Fie $a = 2 - 9$ și $b = -12 \cdot \frac{5}{6}$. Calculați valoarea expresiei $a \cdot b$.

7. Fie $a = -\frac{4}{7} \cdot \frac{14}{8}$ și $b = 9 - 15$. Calculați valoarea expresiei $\frac{b}{a}$.

8. Fie $a = \frac{8}{9} : \frac{2}{27}$ și $b = 4 - 6$. Calculați valoarea expresiei $\frac{a}{b}$.

9. Fie $a = -4 + 7$ și $b = \frac{25}{3} \cdot 0,2$. Calculați valoarea expresiei $a \cdot b$.

10. Fie $a = -10 + 7$ și $b = \frac{16}{3} : \frac{8}{9}$. Calculați valoarea expresiei $\frac{b}{a}$.

Exemplul 1. Determinați valoarea lui x din proporția: $\frac{8}{x} = \frac{4}{5}$.

$$x = \frac{8 \cdot 5}{4} = \frac{\cancel{8} \cdot 5}{\cancel{4}} = \frac{2 \cdot 5}{1} = \frac{10}{1} = 10.$$

Exemplul 2. Determinați valoarea lui x din proporția: $\frac{x}{10} = \frac{12}{15}$.

$$x = \frac{10 \cdot 12}{15} = \frac{\cancel{10} \cdot 12}{\cancel{15}} = \frac{2 \cdot 12}{3} = \frac{2 \cdot \cancel{12}}{\cancel{3}} = \frac{2 \cdot 4}{1} = \frac{8}{1} = 8.$$

Exemplul 3. Determinați valoarea lui x din proporția: $\frac{64}{48} = \frac{x}{9}$.

$$x = \frac{64 \cdot 9}{48} = \frac{\cancel{64} \cdot 9}{\cancel{48}} = \frac{4 \cdot 9}{3} = \frac{4 \cdot \cancel{9}}{\cancel{3}} = \frac{4 \cdot 3}{1} = \frac{12}{1} = 12.$$

Exemplul 4. Determinați valoarea lui x din proporția: $\frac{36}{20} = \frac{81}{x}$.

$$x = \frac{20 \cdot 81}{36} = \frac{\cancel{20} \cdot 81}{\cancel{36}} = \frac{5 \cdot 81}{9} = \frac{5 \cdot \cancel{81}}{\cancel{9}} = \frac{5 \cdot 9}{1} = \frac{45}{1} = 45.$$

Exercițiu.

Determinați valoarea lui x din proporția:

1) $\frac{x}{6} = \frac{7}{3}$; 2) $\frac{15}{x} = \frac{20}{16}$; 3) $\frac{35}{42} = \frac{x}{12}$; 4) $\frac{18}{12} = \frac{27}{x}$; 5) $\frac{28}{77} = \frac{x}{44}$;
6) $\frac{35}{x} = \frac{56}{64}$; 7) $\frac{x}{72} = \frac{15}{45}$; 8) $\frac{42}{49} = \frac{12}{x}$; 9) $\frac{48}{90} = \frac{x}{25}$; 10) $\frac{14}{x} = \frac{21}{18}$.

Exemplul 1. Fie că $m = 3$, $n = 1$, $p = 2$.

Calculați valorile expresiilor: $\frac{m-n}{p}$; $\frac{m+n}{p}$.

$$\frac{m-n}{p} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1;$$

$$\frac{m+n}{p} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2.$$

Exemplul 2. Fie că $m = 8$, $n = 3$, $p = 1$.

Calculați valorile expresiilor: $\frac{m-n}{2p}$; $\frac{m+n}{2p}$.

$$\frac{m-n}{2p} = \frac{8-3}{2 \cdot 1} = \frac{5}{2};$$

$$\frac{m+n}{2p} = \frac{8+3}{2 \cdot 1} = \frac{11}{2}.$$

Exemplul 3. Fie că $m = 6$, $n = 10$, $p = 2$.

Calculați valorile expresiilor: $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.

$$\frac{-m-n}{2p} = \frac{-6-10}{2 \cdot 2} = \frac{-16}{4} = -4;$$

$$\frac{-m+n}{2p} = \frac{-6+10}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1.$$

Exemplul 4. Fie că $m = -5$, $n = 4$, $p = 3$.

Calculați valorile expresiilor: $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.

$$\frac{-m-n}{2p} = \frac{-(-5)-4}{2 \cdot 3} = \frac{5-4}{6} = \frac{1}{6};$$

$$\frac{-m+n}{2p} = \frac{-(-5)+4}{2 \cdot 3} = \frac{5+4}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}.$$

Exerciții.

1. Fie că $m = 8$, $n = 12$, $p = 4$. Calculați valorile expresiilor: $\frac{m-n}{p}$; $\frac{m+n}{p}$.
2. Fie că $m = -7$, $n = 9$, $p = 2$. Calculați valorile expresiilor: $\frac{m-n}{p}$; $\frac{m+n}{p}$.
3. Fie că $m = 16$, $n = -2$, $p = 3$. Calculați valorile expresiilor: $\frac{m-n}{2p}$; $\frac{m+n}{2p}$.
4. Fie că $m = -6$, $n = 8$, $p = 2$. Calculați valorile expresiilor: $\frac{m-n}{2p}$; $\frac{m+n}{2p}$.
5. Fie că $m = 1$, $n = 11$, $p = 2$. Calculați valorile expresiilor: $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.
6. Fie că $m = 7$, $n = 13$, $p = 1$. Calculați valorile expresiilor: $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.
7. Fie că $m = -2$, $n = 8$, $p = 2$. Calculați valorile expresiilor: $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.
8. Fie că $m = -3$, $n = 12$, $p = 3$. Calculați valorile expresiilor: $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.
9. Fie că $m = -1$, $n = 17$, $p = -2$. Calculați valorile expresiilor: $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.
10. Fie că $m = -10$, $n = 10$, $p = 4$. Calculați valorile expresiilor: $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.