

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

I. Элементы дроби

$$\begin{array}{l} \frac{a}{b} \leftarrow \text{числитель} \\ \quad \leftarrow \text{знаменатель} \end{array} \quad b \neq 0$$

a - целое число; b - натуральное ненулевое число.

Любое целое число можно представить в виде дроби.

Например, $6 = \frac{6}{1}$; $15 = \frac{15}{1}$; $-8 = -\frac{8}{1}$; $-100 = -\frac{100}{1}$.

Задание. Запишите следующие целые числа в виде дроби:
7; 12; 23; 45; 13; -2; -5; -11; -26; -64.

II. Дроби, равные целым числам

В некоторых случаях при записи дроби в виде конечного десятичного числа результатом является целое число.

Например, $\frac{8}{2} = 8 : 2 = 4$; $\frac{12}{3} = 12 : 3 = 4$; $-\frac{10}{5} = -10 : 5 = -2$.

Задание. Рассмотрите дробь как деление и выполните это действие:

$$\frac{15}{3}, \frac{21}{7}, \frac{14}{7}, \frac{9}{3}, \frac{20}{4}, -\frac{35}{5}, -\frac{42}{6}, -\frac{24}{4}, -\frac{18}{9}, -\frac{16}{8}.$$

III. Сокращение дробей

Сократить дробь – значит **разделить числитель и знаменатель на их общий делитель**. Общий делитель должен быть целым положительным числом, отличным от единицы.

При сокращении дроби до несократимой можно использовать следующий алгоритм:

1. найти делители числителя, неравные единице;
2. найти делители знаменателя, неравные единице;
3. среди найденных общих делителей найти наибольший общий делитель;
4. разделить числитель на наибольший общий делитель и результат записать в числителе новой дроби;
5. разделить знаменатель на наибольший общий делитель и результат записать в знаменателе новой дроби;
6. новая дробь и есть результат сокращения исходной дроби.

Пример 1. Сократить дробь $\frac{12}{15}$.

Запишем делители числа **12**, неравные единице: 2; 3; 4; 6; 12.

Запишем делители числа **15**, неравные единице: 3; 5; 15.

Общим делителем чисел 12 и 15 является число **3**. Разделим и числитель, и знаменатель на число **3**:

$$\frac{12}{15} = \frac{12 : 3}{15 : 3} = \frac{4}{5}.$$

Другой вариант записи: $\frac{12}{15} = \frac{\cancel{12}^4}{\cancel{15}_5} = \frac{4}{5}.$

Ответ: $\frac{4}{5}$.

Пример 2. Сократить дробь $\frac{24}{32}$.

Запишем делители числа **24**, неравные единице: 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24.

Запишем делители числа **32**, неравные единице: 2; 4; 8; 16; 32.

Общими делителями чисел 24 и 32 являются числа 2; 4 и 8. Наибольшим общим делителем является число **8**. Разделим и числитель, и знаменатель на число **8**:

$$\frac{24}{32} = \frac{24 : 8}{32 : 8} = \frac{3}{4}.$$

Другой вариант записи: $\frac{24}{32} = \frac{\cancel{24}^3}{\cancel{32}_4} = \frac{3}{4}.$

Ответ: $\frac{3}{4}$.

Пример 3. Сократить дробь $\frac{8}{40}$.

Запишем делители числа **8**, неравные единице: 2; 4; 8.

Запишем делители числа **40**, неравные единице: 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40.

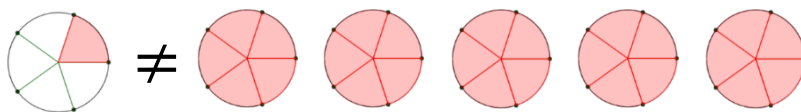
Общими делителями чисел 8 и 40 являются числа 2; 4 и 8. Наибольшим общим делителем является число **8**. Разделим и числитель, и знаменатель на число **8**:

$$\frac{8}{40} = \frac{8 : 8}{40 : 8} = \frac{1}{5}.$$

Другой вариант записи: $\frac{8}{40} = \frac{\cancel{8}^1}{\cancel{40}_5} = \frac{1}{5}.$

Ответ: $\frac{1}{5}$.

ВАЖНО!!! $\frac{1}{5} \neq 5$



Пример 4. Сократить дробь $\frac{36}{9}$.

Запишем делители числа **36**, неравные единице: 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36.

Запишем делители числа **9**, неравные единице: 3; 9.

Общими делителями чисел 36 и 9 являются числа 3 и 9. Наибольшим общим делителем является число **9**. Разделим и числитель, и знаменатель на число **9**:

$$\frac{36}{9} = \frac{36 : 9}{9 : 9} = \frac{4}{1} = 4$$

Другой вариант записи: $\frac{36}{9} = \frac{\cancel{36}^4}{\cancel{9}_1} = \frac{4}{1} = 4.$

Ответ: 4.

Пример 5. Сократить дробь $\frac{7}{25}$.

Запишем делители числа **7**, неравные единице: 7.

Запишем делители числа **25**, неравные единице: 5; 25.

Заметим, что общих делителей у чисел 7 и 25 нет, а значит, дробь является несократимой.

Замечание.

Сокращение дробей можно выполнять и поэтапно, за несколько шагов.

Пример 1: $\frac{56}{48} = \frac{56 : 2}{48 : 2} = \frac{28}{24} = \frac{28 : 4}{24 : 4} = \frac{7}{6}$ или $\frac{56}{48} = \frac{56 \overset{:2}{\cancel{2}} \cdot 28}{48 \overset{:2}{\cancel{2}} \cdot 24} = \frac{28 \overset{:4}{\cancel{4}} \cdot 7}{24 \overset{:4}{\cancel{4}} \cdot 6} = \frac{7}{6}$.

Пример 2: $\frac{35}{140} = \frac{35 : 5}{140 : 5} = \frac{7}{28} = \frac{7 : 7}{28 : 7} = \frac{1}{4}$ или $\frac{35}{140} = \frac{35 \overset{:5}{\cancel{5}} \cdot 7}{140 \overset{:5}{\cancel{5}} \cdot 28} = \frac{7 \overset{:7}{\cancel{7}} \cdot 1}{28 \overset{:7}{\cancel{7}} \cdot 4} = \frac{1}{4}$.

Пример 3: $\frac{24}{84} = \frac{24 : 4}{84 : 4} = \frac{6}{21} = \frac{6 : 3}{21 : 3} = \frac{2}{7}$ или $\frac{24}{84} = \frac{24 \overset{:4}{\cancel{4}} \cdot 6}{84 \overset{:4}{\cancel{4}} \cdot 21} = \frac{6 \overset{:3}{\cancel{3}} \cdot 2}{21 \overset{:3}{\cancel{3}} \cdot 7} = \frac{2}{7}$.

Задание.

Сократите дроби: $\frac{16}{12}$; $\frac{24}{100}$; $\frac{27}{45}$; $\frac{8}{28}$; $\frac{18}{15}$; $\frac{21}{35}$; $\frac{6}{42}$; $\frac{30}{6}$; $\frac{27}{36}$; $\frac{48}{40}$.

IV. Умножение дробей

При умножении двух дробей можно использовать следующий алгоритм:

1. перемножить числители дробей, результат записать в числителе новой дроби;
2. перемножить знаменатели дробей, результат записать в знаменателе новой дроби;
3. в случае необходимости выполнить сокращение получившейся дроби.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Пример 1. $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{8}{35}$.

Пример 2. $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{6}{15} = \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\overset{3}{\cancel{15}}} = \frac{2}{5}$.

Другой способ: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot 2}{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot 5} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{2}{5}$.

Пример 3. $\frac{5}{4} \cdot \frac{8}{15} = \frac{5 \cdot 8}{4 \cdot 15} = \frac{40}{60} = \frac{40 : 10}{60 : 10} = \frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}$.

Другой способ: $\frac{5}{4} \cdot \frac{8}{15} = \frac{5 \cdot 8}{4 \cdot 15} = \frac{5 \cdot 8}{15 \cdot 4} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{2}{\cancel{8}}}{\overset{3}{\cancel{15}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}}} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 1} = \frac{2}{3}$.

Пример 4. $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 8} = \frac{12}{72} = \frac{12 : 2}{72 : 2} = \frac{6}{36} = \frac{6 : 6}{36 : 6} = \frac{1}{6}$.

Другой способ: $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 8} = \frac{4 \cdot 3}{8 \cdot 9} = \frac{\cancel{4}^1 \cdot \cancel{3}^1}{\cancel{8}^2 \cdot \cancel{9}^3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$.

Пример 5. $\frac{7}{15} \cdot \frac{45}{49} = \frac{7 \cdot 45}{15 \cdot 49} = \frac{7 \cdot 45}{49 \cdot 15} = \frac{\cancel{7}^1 \cdot \cancel{45}^3}{\cancel{49}^7 \cdot \cancel{15}^3} = \frac{1 \cdot 3}{7 \cdot 1} = \frac{3}{7}$.

Пример 6. $\frac{48}{28} \cdot \frac{21}{6} = \frac{48 \cdot 21}{28 \cdot 6} = \frac{48 \cdot 21}{6 \cdot 28} = \frac{\cancel{48}^8 \cdot \cancel{21}^3}{\cancel{6}^1 \cdot \cancel{28}^4} = \frac{8 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{\cancel{8}^2 \cdot 3}{\cancel{4}^1} = \frac{2 \cdot 3}{1} = \frac{6}{1} = 6$.

Задание.

Выполните умножение дробей:

- 1) $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{11}$; 2) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6}$; 3) $\frac{6}{12} \cdot \frac{7}{25}$; 4) $\frac{9}{24} \cdot \frac{18}{27}$; 5) $\frac{11}{36} \cdot \frac{30}{77}$;
 6) $\frac{9}{18} \cdot \frac{49}{14}$; 7) $\frac{56}{35} \cdot \frac{7}{16}$; 8) $\frac{10}{17} \cdot \frac{34}{25}$; 9) $\frac{60}{15} \cdot \frac{13}{4}$; 10) $\frac{72}{45} \cdot \frac{15}{18}$.

V. Умножение дроби на целое число

При умножении дроби на целое число можно использовать следующий алгоритм:

1. представить целое число в виде дроби со знаменателем 1;
2. перемножить числители дробей, результат записать в числителе новой дроби;
3. перемножить знаменатели дробей, результат записать в знаменателе новой дроби;
4. в случае необходимости выполнить сокращение получившейся дроби.

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b \cdot 1} = \frac{a \cdot c}{b \cdot 1} = \frac{a \cdot c}{b}$$

Пример 1. $\frac{8}{17} \cdot 2 = \frac{8 \cdot 2}{17 \cdot 1} = \frac{8 \cdot 2}{17 \cdot 1} = \frac{16}{17}$.

Пример 2. $\frac{6}{35} \cdot 14 = \frac{6 \cdot 14}{35 \cdot 1} = \frac{6 \cdot 14}{35 \cdot 1} = \frac{\cancel{6}^2 \cdot \cancel{14}^2}{\cancel{35}^5} = \frac{6 \cdot 2}{5} = \frac{12}{5}$.

Пример 3. $25 \cdot \frac{8}{5} = \frac{25 \cdot 8}{1 \cdot 5} = \frac{25 \cdot 8}{1 \cdot 5} = \frac{25 \cdot 8}{5} = \frac{\cancel{25}^5 \cdot 8}{\cancel{5}^1} = \frac{5 \cdot 8}{1} = \frac{40}{1} = 40$.

Задание.

Выполните умножение дроби на целое число:

- 1) $\frac{4}{5} \cdot 3$; 2) $\frac{12}{9} \cdot 6$; 3) $36 \cdot \frac{15}{24}$; 4) $21 \cdot \frac{25}{14}$; 5) $16 \cdot \frac{7}{4}$;
 6) $\frac{4}{9} \cdot 27$; 7) $\frac{50}{27} \cdot 18$; 8) $42 \cdot \frac{8}{14}$; 9) $8 \cdot \frac{4}{64}$; 10) $\frac{22}{18} \cdot 81$.

VI. Деление дробей

При делении двух дробей можно использовать следующий алгоритм:

1. записать деление в виде произведения первой дроби и «перевёрнутой» второй (поменять местами числитель и знаменатель);
2. выполнить умножение дробей, а именно перемножить числители и перемножить знаменатели между собой;
3. в случае необходимости выполнить сокращение получившейся дроби.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Пример 1.

$$\frac{7}{9} : \frac{5}{4} = \frac{7}{9} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7 \cdot 4}{9 \cdot 5} = \frac{28}{45}$$

Пример 2.

$$\frac{9}{11} : \frac{1}{22} = \frac{9}{11} \cdot \frac{22}{1} = \frac{9 \cdot 22}{11 \cdot 1} = \frac{9 \cdot 22}{11} = \frac{9 \cdot \cancel{22}^2}{\cancel{11}_1} = \frac{9 \cdot 2}{1} = \frac{18}{1} = 18.$$

Пример 3.

$$\frac{7}{15} : \frac{14}{3} = \frac{7}{15} \cdot \frac{3}{14} = \frac{7 \cdot 3}{15 \cdot 14} = \frac{7 \cdot 3}{14 \cdot 15} = \frac{\cancel{7}^1 \cdot \cancel{3}^1}{\cancel{14}_2 \cdot \cancel{15}_5} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}$$

Пример 4.

$$\frac{12}{5} : \frac{6}{25} = \frac{12}{5} \cdot \frac{25}{6} = \frac{12 \cdot 25}{5 \cdot 6} = \frac{12 \cdot 25}{6 \cdot 5} = \frac{\cancel{12}^2 \cdot \cancel{25}^5}{\cancel{6}_1 \cdot \cancel{5}_1} = \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 1} = \frac{10}{1} = 10.$$

Пример 5.

$$\frac{49}{16} : \frac{21}{36} = \frac{49}{16} \cdot \frac{36}{21} = \frac{49 \cdot 36}{16 \cdot 21} = \frac{49 \cdot \cancel{36}^{12}}{16 \cdot \cancel{21}_7} = \frac{49 \cdot 12}{16 \cdot 7} = \frac{\cancel{49}^7 \cdot \cancel{12}^3}{\cancel{16}_4 \cdot \cancel{7}_1} = \frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{21}{4}$$

Задание.

Выполните деление дробей:

- 1) $\frac{9}{8} : \frac{5}{2}$;
- 2) $\frac{13}{24} : \frac{26}{9}$;
- 3) $\frac{16}{35} : \frac{14}{25}$;
- 4) $\frac{7}{16} : \frac{21}{32}$;
- 5) $\frac{48}{9} : \frac{16}{27}$;
- 6) $\frac{40}{63} : \frac{36}{9}$;
- 7) $\frac{56}{15} : \frac{7}{45}$;
- 8) $\frac{12}{32} : \frac{48}{8}$;
- 9) $\frac{14}{18} : \frac{7}{9}$;
- 10) $\frac{44}{28} : \frac{33}{42}$.

VII. Деление дроби на целое число

При делении дроби на целое число можно использовать следующий алгоритм:

1. записать целое число в виде дроби со знаменателем 1 — это будет вторая дробь;
2. записать деление в виде произведения первой дроби и «перевёрнутой» второй;
3. выполнить умножение дробей;
4. в случае необходимости выполнить сокращение получившейся дроби.

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} : \frac{c}{1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a \cdot 1}{b \cdot c} = \frac{a}{b \cdot c}$$

Пример 1.

$$\frac{5}{8} : 3 = \frac{5}{8} : \frac{3}{1} = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 1}{8 \cdot 3} = \frac{5}{24}$$

Пример 2. $\frac{10}{27} : 15 = \frac{10}{27} : \frac{15}{1} = \frac{10}{27} \cdot \frac{1}{15} = \frac{10 \cdot 1}{27 \cdot 15} = \frac{10}{15 \cdot 27} = \frac{10^2}{15^3 \cdot 27} = \frac{2}{3 \cdot 27} = \frac{2}{81}$.

Пример 3. $\frac{36}{7} : 6 = \frac{36}{7} : \frac{6}{1} = \frac{36}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{36 \cdot 1}{7 \cdot 6} = \frac{36^6}{7 \cdot 6^1} = \frac{6}{7 \cdot 1} = \frac{6}{7}$.

Задание.

Выполните деление дроби на целое число:

- 1) $\frac{15}{4} : 5$; 2) $\frac{12}{5} : 6$; 3) $\frac{16}{9} : 32$; 4) $\frac{21}{18} : 7$; 5) $\frac{25}{4} : 50$;
 6) $\frac{28}{7} : 7$; 7) $\frac{26}{2} : 13$; 8) $\frac{12}{32} : 9$; 9) $\frac{48}{9} : 8$; 10) $\frac{45}{7} : 20$.

VIII. Деление целого числа на дробь

При делении целого числа на дробь можно использовать следующий алгоритм:

1. записать целое число в виде дроби со знаменателем 1 — это будет первая дробь;
2. записать деление в виде произведения первой дроби и второй «перевернутой» дроби;
3. выполнить умножение дробей;
4. в случае необходимости выполнить сокращение получившейся дроби.

$$a : \frac{b}{c} = \frac{a}{1} : \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \cdot \frac{c}{b} = \frac{a \cdot c}{1 \cdot b} = \frac{a \cdot c}{b}$$

Пример 1. $6 : \frac{5}{7} = \frac{6}{1} : \frac{5}{7} = \frac{6}{1} \cdot \frac{7}{5} = \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 5} = \frac{42}{5}$.

Пример 2. $12 : \frac{8}{9} = \frac{12}{1} : \frac{8}{9} = \frac{12}{1} \cdot \frac{9}{8} = \frac{12 \cdot 9}{1 \cdot 8} = \frac{12 \cdot 9}{8} = \frac{12^3 \cdot 9}{8^2} = \frac{3 \cdot 9}{2} = \frac{27}{2}$.

Пример 3. $16 : \frac{8}{7} = \frac{16}{1} : \frac{8}{7} = \frac{16}{1} \cdot \frac{7}{8} = \frac{16 \cdot 7}{1 \cdot 8} = \frac{16 \cdot 7}{8} = \frac{16^2 \cdot 7}{8^1} = \frac{2 \cdot 7}{1} = \frac{14}{1} = 14$.

Задание.

Выполните деление целого числа на дробь:

- 1) $20 : \frac{40}{3}$; 2) $18 : \frac{12}{5}$; 3) $30 : \frac{6}{11}$; 4) $24 : \frac{21}{8}$; 5) $25 : \frac{45}{18}$;
 6) $49 : \frac{14}{10}$; 7) $26 : \frac{39}{4}$; 8) $36 : \frac{24}{9}$; 9) $15 : \frac{25}{12}$; 10) $42 : \frac{35}{12}$.

IX. Десятичные числа

Чтобы записать десятичное число в виде дроби можно использовать следующий алгоритм:

1. записать десятичное число без запятой в числителе дроби;
2. записать в знаменателе дроби единицу и после неё столько нулей, сколько было цифр после запятой в данном числе;
3. в случае необходимости выполнить сокращение получившейся дроби.

Пример 1. $0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$

Пример 2. $3,4 = \frac{34}{10} = \frac{17}{5}.$

Пример 3. $2,25 = \frac{225}{100} = \frac{9}{4}.$

Пример 4. $22,5 = \frac{225}{10} = \frac{45}{2}.$

Пример 5. $4,05 = \frac{405}{100} = \frac{81}{20}.$

Пример 6. $40,5 = \frac{405}{10} = \frac{81}{2}.$

Задание.

Запишите десятичное число в виде дроби:

- 1) 0,4; 2) 2,6; 3) 4,8; 4) 2,15; 5) 3,02;
6) 8,2; 7) 0,25; 8) 2,05; 9) 6,12; 10) 5,55.

X. Действия с десятичными числами

Чтобы умножить десятичное число на целое можно использовать следующий алгоритм:

1. умножить данные числа как целые, не обращая внимания на запятые;
2. в получившемся числе поставить запятую так, чтобы после неё было столько цифр, сколько цифр после запятой в десятичном числе.

Пример 1. $1,5 \cdot 2 = 3,0 = 3$ $(15 \cdot 2 = 30)$

Пример 2. $2,5 \cdot 8 = 20,0 = 20$ $(25 \cdot 8 = 200)$

Пример 3. $0,25 \cdot 8 = 2,00 = 2$ $(25 \cdot 8 = 200)$

Задание.

Выполните умножение:

- 1) $0,6 \cdot 8$; 2) $2,4 \cdot 6$; 3) $4,2 \cdot 10$; 4) $1,5 \cdot 8$; 5) $3,2 \cdot 5$;

6) $0,24 \cdot 6$; 7) $1,02 \cdot 4$; 8) $4,25 \cdot 4$; 9) $3,12 \cdot 5$; 10) $2,25 \cdot 8$.

Чтобы умножить (делить) десятичное число на дробь можно использовать следующий алгоритм:

1. Десятичное число преобразуется в дробь;
2. Имеем две дроби, которые перемножаются (делятся) по алгоритму, описанному ранее.

Пример 1. $1,4 \cdot \frac{5}{2} = \frac{14}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{14 \cdot 5}{2 \cdot 10} = \frac{\cancel{14}^7 \cdot \cancel{5}^1}{\cancel{2}_1 \cdot \cancel{10}_2} = \frac{7 \cdot 1}{1 \cdot 2} = \frac{7}{2}$.

Пример 2. $0,6 \cdot \frac{20}{21} = \frac{6}{10} \cdot \frac{20}{21} = \frac{6 \cdot 20}{10 \cdot 21} = \frac{6 \cdot 20}{21 \cdot 10} = \frac{\cancel{6}^2 \cdot \cancel{20}^2}{\cancel{21}_7 \cdot \cancel{10}_1} = \frac{2 \cdot 2}{7 \cdot 1} = \frac{4}{7}$.

Пример 3. $2,5 \cdot \frac{4}{5} = \frac{25}{10} \cdot \frac{4}{5} = \frac{25 \cdot 4}{10 \cdot 5} = \frac{25 \cdot 4}{5 \cdot 10} = \frac{\cancel{25}^5 \cdot \cancel{4}^2}{\cancel{5}_1 \cdot \cancel{10}_5} = \frac{5 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{\cancel{5}^1 \cdot 2}{\cancel{5}_1} = \frac{2}{1} = 2$.

Задание.

Выполните умножение:

1) $1,2 \cdot \frac{3}{4}$; 2) $2,2 \cdot \frac{30}{11}$; 3) $0,4 \cdot \frac{15}{16}$; 4) $4,2 \cdot \frac{5}{21}$; 5) $5,2 \cdot \frac{10}{13}$;
 6) $0,8 \cdot \frac{5}{4}$; 7) $2,5 \cdot \frac{2}{5}$; 8) $3,6 \cdot \frac{15}{18}$; 9) $1,6 \cdot \frac{20}{8}$; 10) $4,5 \cdot \frac{14}{45}$.

Пример 1. $0,5 : \frac{1}{6} = \frac{5}{10} : \frac{1}{6} = \frac{5}{10} \cdot \frac{6}{1} = \frac{5 \cdot 6}{10 \cdot 1} = \frac{\cancel{5}^1 \cdot 6}{\cancel{10}_2} = \frac{1 \cdot 6}{2} = \frac{6}{2} = 3$.

Пример 2. $3,5 : \frac{7}{8} = \frac{35}{10} : \frac{7}{8} = \frac{35}{10} \cdot \frac{8}{7} = \frac{35 \cdot 8}{10 \cdot 7} = \frac{\cancel{35}^7 \cdot 8}{\cancel{10}_2 \cdot 7} = \frac{\cancel{7} \cdot 8}{2 \cdot \cancel{7}} = \frac{8}{2} = 4$.

Пример 3. $\frac{6}{5} : 1,2 = \frac{6}{5} : \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{12} = \frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 12} = \frac{6 \cdot 10}{12 \cdot 5} = \frac{\cancel{6}^1 \cdot \cancel{10}^2}{\cancel{12}_2 \cdot \cancel{5}_1} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$.

Задание.

Выполните деление:

1) $1,5 : \frac{3}{4}$; 2) $0,4 : \frac{8}{15}$; 3) $\frac{16}{5} : 3,2$; 4) $\frac{23}{15} : 4,6$; 5) $5,2 : \frac{10}{13}$;
 6) $0,8 : \frac{16}{30}$; 7) $2,5 : \frac{15}{12}$; 8) $\frac{27}{90} : 1,8$; 9) $\frac{3}{10} : 0,5$; 10) $3,6 : \frac{36}{5}$.

XI. Задания на различные действия с рациональными числами

При умножении и делении чисел используют следующие правила знаков:



Пример 1. Пусть $a = -4 + 6$ и $b = \frac{14}{3} \cdot \frac{6}{7}$. Вычислите значение выражения: $\frac{b}{a}$.

$$a = -4 + 6 = 2; \quad b = \frac{14}{3} \cdot \frac{6}{7} = \frac{14 \cdot 6}{3 \cdot 7} = \frac{\cancel{14} \cdot \cancel{6}}{\cancel{3} \cdot \cancel{7}} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{4}{1} = 4; \quad \frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2.$$

Пример 2. Пусть $a = 5 - 8$ и $b = -\frac{2}{3} \cdot 3$. Вычислите значение выражения: $a \cdot b$.

$$a = 5 - 8 = -3; \quad b = -\frac{2}{3} \cdot 3 = -\frac{2}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3} = -\frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 1} = -\frac{2}{1} = -2; \quad a \cdot b = -3 \cdot (-2) = 6.$$

Пример 3. Пусть $a = -12 + 8$ и $b = \frac{9}{4} : \frac{3}{16}$. Вычислите значение выражения: $\frac{b}{a}$.

$$a = -12 + 8 = -4; \quad b = \frac{9}{4} : \frac{3}{16} = \frac{9}{4} \cdot \frac{16}{3} = \frac{9 \cdot 16}{4 \cdot 3} = \frac{\cancel{9} \cdot \cancel{16}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3}} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 1} = \frac{12}{1} = 12; \quad \frac{b}{a} = \frac{12}{-4} = -3.$$

Задания.

1. Пусть $a = 3 - 6$ и $b = \frac{25}{4} \cdot \frac{8}{5}$. Вычислите значение выражения: $a \cdot b$.

2. Пусть $a = \frac{7}{6} : \frac{7}{12}$ и $b = -6 + 10$. Вычислите значение выражения: $\frac{b}{a}$.

3. Пусть $a = \frac{27}{5} : \frac{9}{10}$ и $b = 1 - 4$. Вычислите значение выражения: $\frac{a}{b}$.

4. Пусть $a = -8 + 2$ и $b = 1,5 \cdot 4$. Вычислите значение выражения: $\frac{b}{a}$.

5. Пусть $a = -5 + 7$ и $b = -0,5 : \frac{1}{8}$. Вычислите значение выражения: $a \cdot b$.

6. Пусть $a = 2 - 9$ и $b = -12 \cdot \frac{5}{6}$. Вычислите значение выражения: $a \cdot b$.

7. Пусть $a = -\frac{4}{7} \cdot \frac{14}{8}$ и $b = 9 - 15$. Вычислите значение выражения: $\frac{b}{a}$.

8. Пусть $a = \frac{8}{9} : \frac{2}{27}$ и $b = 4 - 6$. Вычислите значение выражения: $\frac{a}{b}$.

9. Пусть $a = -4 + 7$ и $b = \frac{25}{3} \cdot 0,2$. Вычислите значение выражения: $a \cdot b$.

10. Пусть $a = -10 + 7$ и $b = \frac{16}{3} : \frac{8}{9}$. Вычислите значение выражения: $\frac{b}{a}$.

Пример 1. Вычислите значение x из заданной пропорции: $\frac{8}{x} = \frac{4}{5}$.

$$x = \frac{8 \cdot 5}{4} = \frac{\cancel{8} \cdot 5}{\cancel{4}} = \frac{2 \cdot 5}{1} = \frac{10}{1} = 10.$$

Пример 2. Вычислите значение x из заданной пропорции: $\frac{x}{10} = \frac{12}{15}$.

$$x = \frac{10 \cdot 12}{15} = \frac{\cancel{10} \cdot 12}{\cancel{15}} = \frac{2 \cdot 12}{3} = \frac{2 \cdot \cancel{12}}{\cancel{3}} = \frac{2 \cdot 4}{1} = \frac{8}{1} = 8.$$

Пример 3. Вычислите значение x из заданной пропорции: $\frac{64}{48} = \frac{x}{9}$.

$$x = \frac{64 \cdot 9}{48} = \frac{\cancel{64} \cdot 9}{\cancel{48}} = \frac{4 \cdot 9}{3} = \frac{4 \cdot \cancel{9}}{\cancel{3}} = \frac{4 \cdot 3}{1} = \frac{12}{1} = 12.$$

Пример 4. Вычислите значение x из заданной пропорции: $\frac{36}{20} = \frac{81}{x}$.

$$x = \frac{20 \cdot 81}{36} = \frac{\cancel{20} \cdot 81}{\cancel{36}} = \frac{5 \cdot 81}{9} = \frac{5 \cdot \cancel{81}}{\cancel{9}} = \frac{5 \cdot 9}{1} = \frac{45}{1} = 45.$$

Задание.

Вычислите значение x из заданной пропорции:

- 1) $\frac{x}{6} = \frac{7}{3}$; 2) $\frac{15}{x} = \frac{20}{16}$; 3) $\frac{35}{42} = \frac{x}{12}$; 4) $\frac{18}{12} = \frac{27}{x}$; 5) $\frac{28}{77} = \frac{x}{44}$;
6) $\frac{35}{x} = \frac{56}{64}$; 7) $\frac{x}{72} = \frac{15}{45}$; 8) $\frac{42}{49} = \frac{12}{x}$; 9) $\frac{48}{90} = \frac{x}{25}$; 10) $\frac{14}{x} = \frac{21}{18}$.

Пример 1. Известно, что $m = 3$, $n = 1$, $p = 2$.

Вычислите значения выражений: $\frac{m-n}{p}$; $\frac{m+n}{p}$.

$$\frac{m-n}{p} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1; \quad \frac{m+n}{p} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2.$$

Пример 2. Известно, что $m = 8$, $n = 3$, $p = 1$.

Вычислите значения выражений: $\frac{m-n}{2p}$; $\frac{m+n}{2p}$.

$$\frac{m-n}{2p} = \frac{8-3}{2 \cdot 1} = \frac{5}{2}; \quad \frac{m+n}{2p} = \frac{8+3}{2 \cdot 1} = \frac{11}{2}.$$

Пример 3. Известно, что $m = 6$, $n = 10$, $p = 2$.

Вычислите значения выражений: $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.

$$\frac{-m-n}{2p} = \frac{-6-10}{2 \cdot 2} = \frac{-16}{4} = -4; \quad \frac{-m+n}{2p} = \frac{-6+10}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1.$$

Пример 4. Известно, что $m = -5$, $n = 4$, $p = 3$.

Вычислите значения выражений: $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.

$$\frac{-m-n}{2p} = \frac{-(-5)-4}{2 \cdot 3} = \frac{5-4}{6} = \frac{1}{6}; \quad \frac{-m+n}{2p} = \frac{-(-5)+4}{2 \cdot 3} = \frac{5+4}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}.$$

Задание.

1. Известно, что $m = 8$, $n = 12$, $p = 4$. Вычислите значения выражений:
 $\frac{m-n}{p}$; $\frac{m+n}{p}$.
2. Известно, что $m = -7$, $n = 9$, $p = 2$. Вычислите значения выражений:
 $\frac{m-n}{p}$; $\frac{m+n}{p}$.
3. Известно, что $m = 16$, $n = -2$, $p = 3$. Вычислите значения выражений:
 $\frac{m-n}{2p}$; $\frac{m+n}{2p}$.
4. Известно, что $m = -6$, $n = 8$, $p = 2$. Вычислите значения выражений:
 $\frac{m-n}{2p}$; $\frac{m+n}{2p}$.
5. Известно, что $m = 1$, $n = 11$, $p = 2$. Вычислите значения выражений:
 $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.
6. Известно, что $m = 7$, $n = 13$, $p = 1$. Вычислите значения выражений:
 $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.
7. Известно, что $m = -2$, $n = 8$, $p = 2$. Вычислите значения выражений:
 $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.
8. Известно, что $m = -3$, $n = 12$, $p = 3$. Вычислите значения выражений:
 $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.
9. Известно, что $m = -1$, $n = 17$, $p = -2$. Вычислите значения выражений:
 $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.
10. Известно, что $m = -10$, $n = 10$, $p = 4$. Вычислите значения выражений:
 $\frac{-m-n}{2p}$; $\frac{-m+n}{2p}$.