

# КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

## ВСПОМНИМ

Квадрат числа — это результат, полученный при умножении числа само на себя:

$$\begin{aligned} a^2 &= a \cdot a \\ (-3)^2 &= (-3) \cdot (-3) = 9 \\ 5^2 &= 5 \cdot 5 = 25 \end{aligned}$$

1) Дополните по примеру:

а)  $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$ ;

б)  $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ ;

в)  $2^2 = \square \cdot \square = 4$ ;

г)  $(-2)^2 = (-2) \cdot \square = +(\square \cdot \square) = \square$ ;

д)  $4^2 = 4 \cdot \square = \square$ ;

е)  $(-4)^2 = \square \cdot (-4) = +(\square \cdot \square) = \square$ .

2) Вычислите и запишите квадраты чисел:

$0^2 = 0 \cdot 0 = 0$

$1^2 = \square$

$2^2 = \square$

$3^2 = \square$

$4^2 = \square$

$5^2 = \square$

$11^2 = \square$

$12^2 = \square$

$13^2 = \square$

$14^2 = \square$

$15^2 = \square$

$20^2 = \square$

3) Заполните пустую клетку положительным числом, квадрат которого равен данному числу:

а)  $49 = \square^2$

б)  $64 = \square^2$

в)  $25 = \square^2$

г)  $81 = \square^2$

д)  $4 = \square^2$

е)  $9 = \square^2$

ж)  $16 = \square^2$

з)  $36 = \square^2$

и)  $1 = \square^2$

к)  $121 = \square^2$

л)  $144 = \square^2$

м)  $169 = \square^2$

н)  $196 = \square^2$

о)  $225 = \square^2$

## КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ

Квадратный корень из неотрицательного числа  $a$  (положительного или равного нулю) — это неотрицательное число  $b$ , квадрат которого равен  $a$ :

$$\sqrt{a} = b \ (a, b \geq 0) \text{ означает, что } b^2 = a$$

### Примеры с решениями.

Заполните пустые ячейки по приведённому образцу:

$$\sqrt{4} = 2, \text{ так как } 2^2 = 4$$

$$\sqrt{9} = 3, \text{ так как } 3^2 = 9$$

$$\sqrt{25} = 5, \text{ так как } 5^2 = 25$$

$$\sqrt{16} = 4, \text{ так как } 4^2 = 16$$

$$\sqrt{0} = 0, \text{ так как } 0^2 = 0$$

$$\sqrt{1} = 1, \text{ так как } 1^2 = 1$$

$$\sqrt{49} = \square, \text{ так как } \square^2 = 49$$

$$\sqrt{36} = \square, \text{ так как } \square^2 = 36$$

$$\sqrt{100} = \square, \text{ так как } \square^2 = 100$$

$$\sqrt{49} = \square, \text{ так как } \square^2 = \square$$

$$\sqrt{64} = \square, \text{ так как } \square^2 = \square$$

$$\sqrt{81} = \square, \text{ так как } \square^2 = \square$$

1) Вычислите:

а)  $\sqrt{25} =$

б)  $\sqrt{64} =$

в)  $\sqrt{100} =$

г)  $\sqrt{49} =$

д)  $\sqrt{121} =$

е)  $\sqrt{169} =$

ж)  $\sqrt{81} =$

з)  $\sqrt{36} =$

и)  $\sqrt{144} =$

к)  $\sqrt{196} =$

2) Вычислите корень из дробей по приведённому образцу:

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

а)  $\sqrt{\frac{1}{81}} =$

б)  $\sqrt{\frac{36}{49}} =$

в)  $\sqrt{\frac{16}{121}} =$

$$\text{г) } \sqrt{\frac{25}{49}} =$$

$$\text{е) } \sqrt{\frac{49}{100}} =$$

$$\text{з) } \sqrt{\frac{1}{64}} =$$

$$\text{д) } \sqrt{\frac{4}{25}} =$$

$$\text{ж) } \sqrt{\frac{16}{81}} =$$

$$\text{и) } \sqrt{\frac{4}{81}} =$$

3) Вычислите по приведённому образцу:  $\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5.$

$$\text{а) } \sqrt{6^2 + 8^2} =$$

$$\text{г) } \sqrt{13^2 - 12^2} =$$

$$\text{б) } \sqrt{12^2 + 5^2} =$$

$$\text{д) } \sqrt{10^2 - 8^2} =$$

$$\text{в) } \sqrt{12^2 + 9^2} =$$

$$\text{е) } \sqrt{17^2 - 15^2} =$$

### Использование квадратного корня при вычислении значений выражений

#### Примеры с решениями.

1) Вычислите (**Внимание:** сначала вычисляется значение квадратного корня):

$$\text{а) } \frac{5 + \sqrt{49}}{2 \cdot 3} = \frac{5 + 7}{2 \cdot 3} = \frac{12}{6} = 2;$$

$$\text{б) } \frac{5 - \sqrt{49}}{2 \cdot 3} = \frac{5 - 7}{2 \cdot 3} = \frac{-2}{6} = \frac{-2 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3};$$

$$\text{в) } \frac{-3 + \sqrt{36}}{2 \cdot 5} = \frac{-3 + 6}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10};$$

$$\text{г) } \frac{-2 - \sqrt{25}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-2 - 5}{-4} = \frac{-7}{-4} = \frac{7}{4};$$

$$\text{д) } \frac{-8 + \sqrt{4}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-8 + 2}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3.$$

2) Вычислите значение выражения  $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = 3$ ,  $b = 5$ ,  $D = 81$ .

Подставляем вместо переменных их соответствующие значения и вычисляем значение полученного выражения:

$$\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$b = 5$                        $a = 3$                        $D = 81$

Получаем выражение:  $\frac{-5 - \sqrt{81}}{2 \cdot 3}$  и находим его значение.

$$\frac{-5 - \sqrt{81}}{2 \cdot 3} = \frac{-5 - 9}{2 \cdot 3} = \frac{-14}{6} = \frac{-14 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{-28}{12} = -\frac{7}{3}.$$

- 3) Вычислите значение выражения  $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = 1, b = -4, D = 16$ .

Подставляем вместо переменных их соответствующие значения и вычисляем значение полученного выражения:

$$\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$b = -4$                        $a = 1$                        $D = 16$

Получаем выражение:  $\frac{-(-4) + \sqrt{16}}{2 \cdot 1}$  и находим его значение:

$$\frac{-(-4) + \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{4 + 4}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4.$$

### Дополните решения:

- 1) Вычислите значение выражения  $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = 5, b = -2, D = 9$ .

Подставляем вместо переменных их соответствующие значения и вычисляем значение полученного выражения:

$$\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$b = \square$                        $a = \square$                        $D = \square$

Получаем выражение:  $\frac{-(-2) - \sqrt{\square}}{2 \cdot \square}$  и находим его значение:

$$\frac{-(-2) - \sqrt{\square}}{2 \cdot \square} = \frac{2 - \square}{\square} = \frac{-1}{10} = -\frac{1}{10}.$$

- 2) Вычислите значение выражения  $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = -3, b = 6, D = 64$ .

Подставляем вместо переменных их соответствующие значения и вычисляем значение полученного выражения:

$$\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$b = \square$                        $a = \square$                        $D = \square$

Получаем выражение:  $\frac{-\square + \sqrt{64}}{2 \cdot \square}$  и находим его значение:

$$\frac{-\square + \sqrt{\square}}{2 \cdot \square} = \frac{-6 + \square}{\square} = \frac{2}{\square} = \frac{2}{\square} \quad (2) = \frac{\square : 2}{\square : 2} = -\frac{\square}{\square}.$$

- 3) Вычислите значение выражения  $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = -2, b = 6, D = 100$ .

Подставляем вместо переменных их соответствующие значения и вычисляем значение полученного выражения:

$$\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$b = \square$        $a = \square$        $D = \square$

Получаем выражение:  $\frac{-\square - \sqrt{\square}}{2 \cdot \square}$  и находим его значение:

$$\frac{-\square - \sqrt{\square}}{2 \cdot \square} = \frac{-6 - \square}{\square} = \frac{\square}{-4} = \square.$$

- 4) Вычислите значение выражения  $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений  $a = 9, b = -4, D = 25$ .

Подставляем переменные их соответствующими значениями и вычисляем значение полученного выражения:

$$\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$b = \square$        $a = \square$        $D = \square$

Получаем выражение:  $\frac{-\square + \sqrt{\square}}{2 \cdot \square}$  и находим его значение:

$$\frac{-\square + \sqrt{\square}}{2 \cdot \square} = \frac{\square + \square}{\square} = \frac{9}{\square} = \frac{\square}{18} \quad (9) = \frac{\square : 9}{\square : 9} = \frac{\square}{\square}.$$

### Выполните упражнения.

- 1) Вычислите значение выражения  $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = 5, b = 3, D = 49$ .

- 2) Вычислите значение выражения  $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = 5, b = 3, D = 49$ .
- 3) Вычислите значение выражения  $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = 4, b = -5, D = 100$ .
- 4) Вычислите значение выражения  $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = 4, b = -5, D = 100$ .
- 5) Вычислите значение выражения  $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = -2, b = 6, D = 4$ .
- 6) Вычислите значение выражения  $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = -2, b = 6, D = 4$ .
- 7) Вычислите значение выражения  $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = -3, b = -2, D = 81$ .
- 8) Вычислите значение выражения  $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = -3, b = -2, D = 81$ .
- 9) Вычислите значение выражения  $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = -1, b = -1, D = 36$ .
- 10) Вычислите значение выражения  $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ , для следующих значений переменных  $a = -1, b = -1, D = 36$ .

### Использование квадратного корня при решении уравнений Примеры с решениями.

- 1) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $x^2 = 3^2 + 4^2$ .

Решение	Этапы решения
$x^2 = 3^2 + 4^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$x^2 = 9 + 16$	Вычисляем сумму чисел
$x^2 = 25$	Находим положительное число, квадрат которого равен 25
$x = \sqrt{25} = 5$	

- 2) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $x^2 = 12^2 + 9^2$ .

Решение	Этапы решения
$x^2 = 12^2 + 9^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$x^2 = 144 + 81$	Вычисляем сумму чисел
$x^2 = 225$	Находим положительное число, квадрат которого равен 225
$x = \sqrt{225} = 15$	

- 3) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $10^2 = 6^2 + x^2$ .

Решение	Этапы решения
$10^2 = 6^2 + x^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$100 = 36 + x^2$ -36                      -36	Отнимаем 36 из обеих частей уравнения
$100 - 36 = x^2$	Вычисляем разность чисел
$64 = x^2$	Находим положительное число, квадрат которого равен 64
$x = \sqrt{64} = 8$	

- 4) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $13^2 = 12^2 + x^2$ .

Решение	Этапы решения
$13^2 = 12^2 + x^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$169 = 144 + x^2$ -144                      -144	Отнимаем 144 из обеих частей уравнения
$169 - 144 = x^2$	Вычисляем разность чисел
$25 = x^2$	Находим положительное число, квадрат которого равен 25
$x = \sqrt{25} = 5$	

**Дополните решения:**

- 1) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $x^2 = 25^2 - 15^2$ .

Решение	Этапы решения
$x^2 = 25^2 - 15^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$x^2 = 625 - \square$	Вычисляем разность чисел
$x^2 = \square$	Находим положительное число, квадрат которого равен $\square$
$x = \sqrt{\square} = \square$	

- 2) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $x^2 = 12^2 + 16^2$ .

Решение	Этапы решения
$x^2 = 12^2 + 16^2$	Вычисляем <input type="text"/> каждого числа
$x^2 = \text{} + \text{$	Вычисляем <input type="text"/> чисел
$x^2 = 400$	Находим положительное число, квадрат которого равен <input type="text"/>
$x = \sqrt{\text{}} = \text{$	

- 3) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $15^2 = 12^2 + x^2$ .

Решение	Этапы решения
$15^2 = 12^2 + x^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$\begin{array}{r} \text{} = 144 + \text{} \\ - 144 \quad - \text{$	Отнимаем <input type="text"/> из обеих частей уравнения
$\text{} - \text{} = x^2$	Вычисляем разность чисел
$\text{} = x^2$	Находим положительное число, квадрат которого равен 81
$x = \sqrt{\text{}} = \text{$	

- 4) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $30^2 = x^2 + 24^2$ .

Решение	Этапы решения
$30^2 = x^2 + 24^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$\begin{array}{r} \text{} = x^2 + \text{} \\ - \text{} \quad - \text{$	Отнимаем <input type="text"/> из обеих частей уравнения
$\text{} - \text{} = x^2$	Вычисляем <input type="text"/> чисел
$\text{} = x^2$	Находим положительное число, квадрат которого равен <input type="text"/>
$x = \sqrt{\text{}} = \text{$	

### Упражнения для самостоятельной работы:

- 1) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $x^2 = 17^2 - 15^2$ .
- 2) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $26^2 = x^2 + 24^2$ .
- 3) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $20^2 = 12^2 + x^2$ .

- 4) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $x^2 = 20^2 + 15^2$ .
- 5) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $x^2 = 6^2 + 8^2$ .
- 6) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $5^2 = 3^2 + x^2$ .
- 7) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $x^2 = 10^2 + 24^2$ .
- 8) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $25^2 = 24^2 + x^2$ .
- 9) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $13^2 = 5^2 + x^2$ .
- 10) Найдите положительное число  $x$ , которое является решением уравнения:  
 $17^2 = x^2 + 8^2$ .

**Свойства:**  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$  ( $a, b \geq 0$ ),  $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$  ( $a \geq 0, b > 0$ ).

**Примеры с решениями.**

- |   |  |
|---|--|
| а) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$   | г) $\sqrt{75} : \sqrt{5} = \sqrt{75 : 5} = \sqrt{25} = 5$  |
| б) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{27 \cdot 3} = \sqrt{81} = 9$   | д) $\sqrt{24} : \sqrt{6} = \sqrt{24 : 6} = \sqrt{4} = 2$   |
| в) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{144} = 12$ | е) $\sqrt{60} : \sqrt{15} = \sqrt{60 : 15} = \sqrt{4} = 2$ |

**Заполни пустые ячейки и решите предложенные задания:**

- 1)  $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{\square \cdot 2} = \sqrt{\square} = \square$
- 2)  $\sqrt{75} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{75 \cdot \square} = \sqrt{\square} = \square$
- 3)  $\sqrt{28} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{\square \cdot 7} = \sqrt{\square} = \square$
- 4)  $\sqrt{48} : \sqrt{3} = \sqrt{\square : 3} = \sqrt{\square} = \square$
- 5)  $\sqrt{32} : \sqrt{2} = \sqrt{32 : \square} = \sqrt{\square} = \square$

**Выполните действия.**

- |                                 |                                  |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 1) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$ ; | 7) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{72}$ ;  |
| 2) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2}$ ; | 8) $\sqrt{343} : \sqrt{7}$ ;     |
| 3) $\sqrt{98} : \sqrt{2}$ ;     | 9) $\sqrt{20} : \sqrt{5}$ ;      |
| 4) $\sqrt{200} : \sqrt{2}$ ;    | 10) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$ ;  |
| 5) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$ ; | 11) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24}$ ; |
| 6) $\sqrt{50} : \sqrt{2}$ ;     | 12) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2}$ . |

